

# Tentamen Talen en Automaten, 21 januari 2009

Tijdsduur 3 uur. Gesloten boek tentamen.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Formuleer kort en zakelijk, scherp en zorgvuldig, met steekhoudende argumenten voor je beweringen. Werk netjes. Schrijf duidelijk leesbaar.

Als het tentamen is nagekeken, kun je het inzien bij Wim H. Hesselink, Bernoulliborg kamer 374.

**Opgave 1** (10 %). Beschouw een taal  $L$  over het alfabet  $\Sigma$ . Vul voor de puntjes ( . . . ) één van de volgende machinetypes in:

A: een deterministische eindige automaat,

B: een Turingmachine die voor elke invoer eindigt,

C: een stapelautomaat,

D: een Turingmachine,

E: een lineair begrensde automaat (LBA).

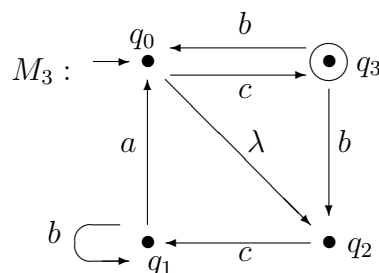
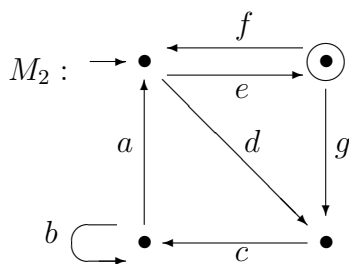
(a)  $L$  wordt geaccepteerd door . . . dan en slechts dan als  $L$  recursief opsombaar is.

(b)  $L$  wordt geaccepteerd door . . . dan en slechts dan als  $L$  regulier is.

(c)  $L$  wordt geaccepteerd door . . . dan en slechts dan als  $L$  contextgevoelig is.

(d)  $L$  wordt geaccepteerd door . . . dan en slechts dan als  $L$  recursief is.

**Opgave 2** (10 %). Bepaal op systematische wijze een reguliere expressie voor de taal  $L_2$  die geaccepteerd wordt door de *linker* nondeterministische eindige automaat  $M_2$  hieronder:



**Opgave 3** (10 %). Beschouw de NFA- $\lambda$   $M_3$  hierboven *rechts* over het alfabet  $\{a, b, c\}$ . Construeer hieruit op de standaardmanier een deterministische automaat die dezelfde taal accepteert. Het is voldoende de overgangstabel te geven en het aantal toestanden, de starttoestand en de accepterende toestanden.

ZOZ

- Opgave 4** (18 %). (a) Formuleer het Pomplemma voor *reguliere* talen.  
(b) De taal  $L_4$  over het alfabet  $\{a, b, c\}$  wordt gegeven door de grammatica

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aTa \\ T &\rightarrow c \mid Tb \mid bTb . \end{aligned}$$

Beschrijf de taal  $L_4$  als verzameling.

- (c) Bewijs dat de taal  $L_4$  niet regulier is.

**Opgave 5** (10 %). Beschouw nogmaals de taal  $L_4$  uit de vorige opgave. Construeer een stapelautomaat die de taal  $L_4$  accepteert. Het is voldoende het toestandsdiagram (de gelabelde graaf) te geven en duidelijk te maken waarom deze stapelautomaat de taal  $L_4$  accepteert.

**Opgave 6** (14 %). De taal  $L_6$  over een alfabet  $\Sigma$  bestaat uit de strings  $uu$  voor willekeurige  $u \in \Sigma^*$ . Construeer een Turingmachine die deze taal accepteert en op elke invoer eindigt. Je mag meer banden gebruiken en/of nondeterminisme. Beschrijf de werking van je Turingmachine, geef het toestandsdiagram (de gelabelde graaf) en maak duidelijk waarom deze Turingmachine aan de gestelde eisen voldoet.

**Opgave 7** (14 %). (a) Geef de definities van *recursieve* en *recursief opsombare* talen.

Het boek beschrijft een manier om een Turingmachine  $M$  (van een beperkt type) te coderen tot een string  $R(M) \in \{0, 1\}^*$ . Het beschrijft tevens een *universele* Turingmachine  $U$ . (Deze beschrijvingen worden niet gevraagd).

(b) Wat is de taal  $L(U)$  die door de Turingmachine  $U$  geaccepteerd wordt? Geef hem in verzamelingsnotatie.

(c) Is de taal  $L(U)$  recursief? Geef een argumentatie.

(d) Is de taal  $L(U)$  recursief opsombaar? Geef een argumentatie.

**Opgave 8** (14 %). Gegeven zijn twee recursieve talen  $L_a$  en  $L_b$  over een alfabet  $\Sigma$ . Bewijs dat de concatenatie  $L_a L_b$  recursief is. Gebruik hiertoe Turingmachines en beschrijf hoe en waarom deze werken, en hoe je daarmee het gestelde bewijst.